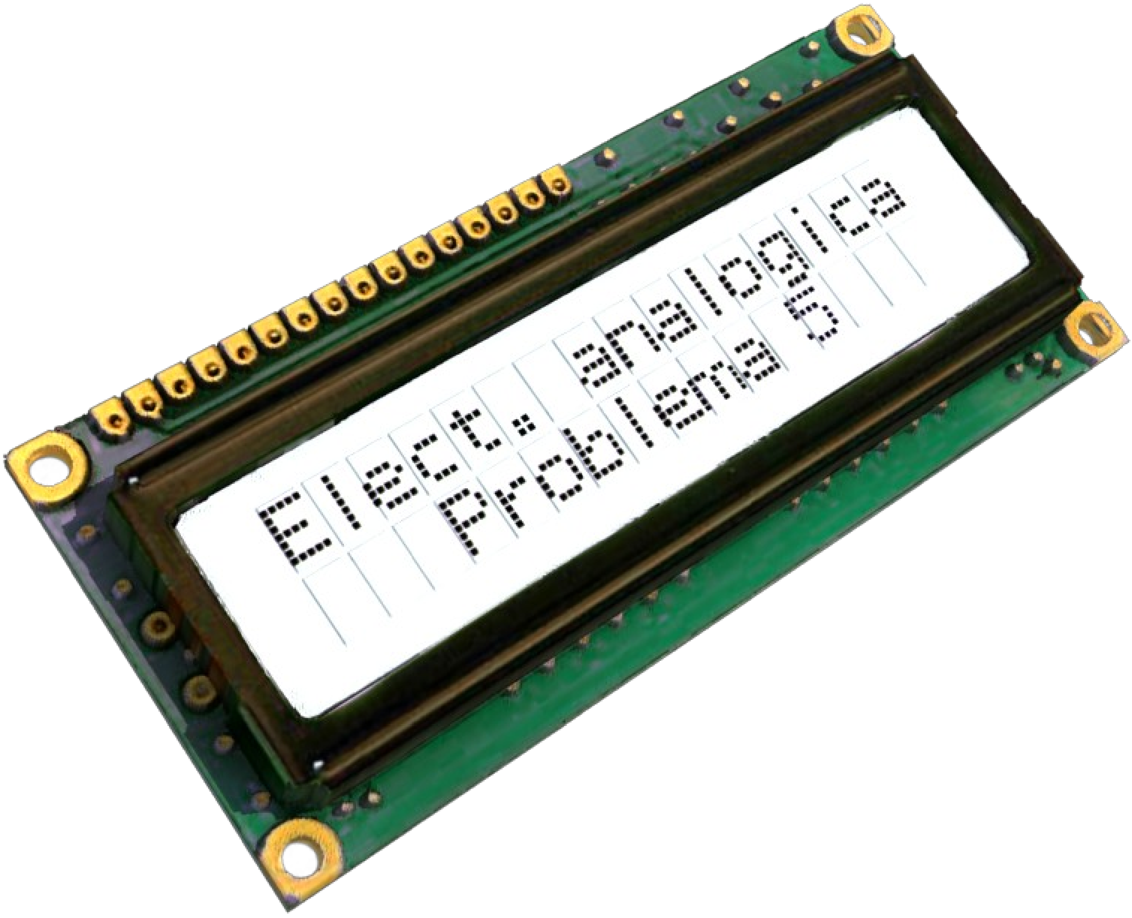


UNAI MARTINEZ CORRAL

E.U.P. Ferrol
Universidad de A Coruña

2009-2010

Índice

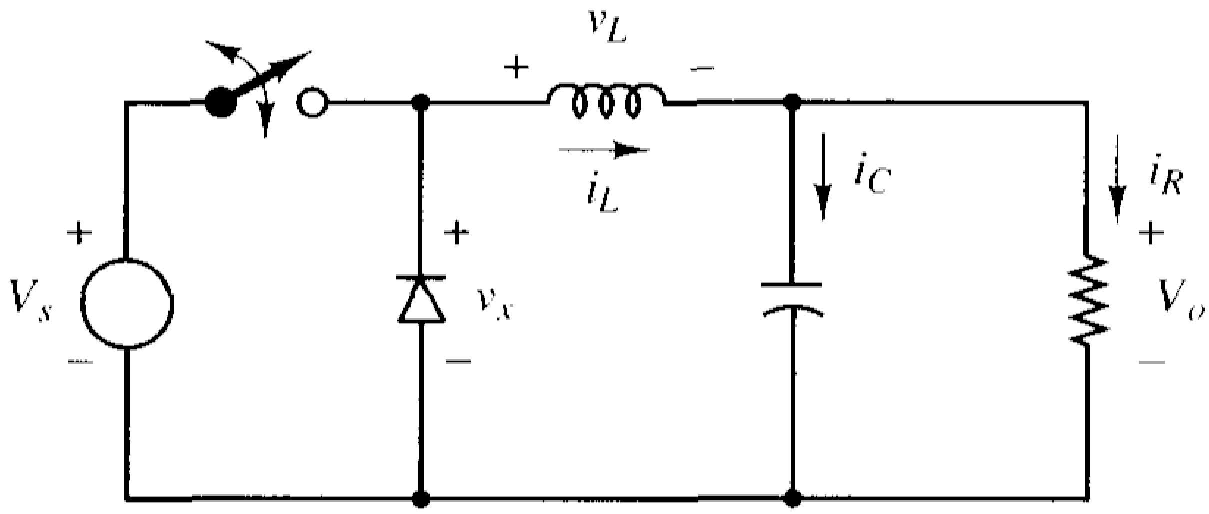
Circuito a analizar..2

Funcionamiento del convertidor reductor, Buck..3

Ejercicio...7

Compensador..8

Circuito a analizar



Cambiamos completamente de tema para este quinto y último problema. Se trata de analizar y presentar el funcionamiento de un conversor DC-DC reductor, step-down en inglés, también conocido como BUCK. Tanto los problemas basados en el amplificador operacional, como aquellos centrados en el circuito integrado 555 variaban su topología de uno a otro, por lo que nos veíamos obligados a analizar el funcionamiento para cada modelo en concreto y obtener las fórmulas adecuadas. En el caso de este conversor, la topología es siempre la misma, por lo que las fórmulas obtenidas no variarán.

Como elemento nuevo se nos presenta la bobina o inductancia. De forma bastante burda, podemos presentarla como el elemento inverso al condensador. Mientras éste oponía resistencia a los cambios rápidos de tensión, la bobina lo hará a los cambios de corriente. Su similitud puede percibirse analizando las expresiones para la obtención de la corriente y la tensión a través de ambos elementos. Debido a que se trata de una demostración que va más allá del objetivo de este informe, no profundizaremos más en ello, simplemente asumiremos la citada relación.

A la hora de desarrollar este análisis, tomaremos como referencia el tercer punto del capítulo 6 del libro “Electrónica de Potencia”, cuyo autor es Daniel W. Hart y se encuentra editado por Prentice-Hall. De la misma obra están tomadas las imágenes que ilustran este informe, a excepción del último circuito, obtenido a través del documento “K_factor_design_bode.xls” publicado por el profesor en el curso de la plataforma Moodle de la Universidad.

Funcionamiento del convertidor reductor, Buck

Antes de comenzar con el análisis propiamente dicho, creo conveniente mencionar que se trata de un convertidor de tipo conmutado, cuyo objetivo es, como su propio nombre indica, obtener tensiones inferiores a la de entrada. La regulación se lleva a cabo mediante el ajuste del ciclo de trabajo del interruptor y el circuito en sí es un filtro paso bajo que deja pasar únicamente la componente continua, omitiendo idealmente en la salida los cambios provocados por el interruptor gracias a la energía acumulada tanto en el condensador como en la bobina. Denominaremos D al ciclo de trabajo, o fracción del periodo en que el interruptor está cerrado.

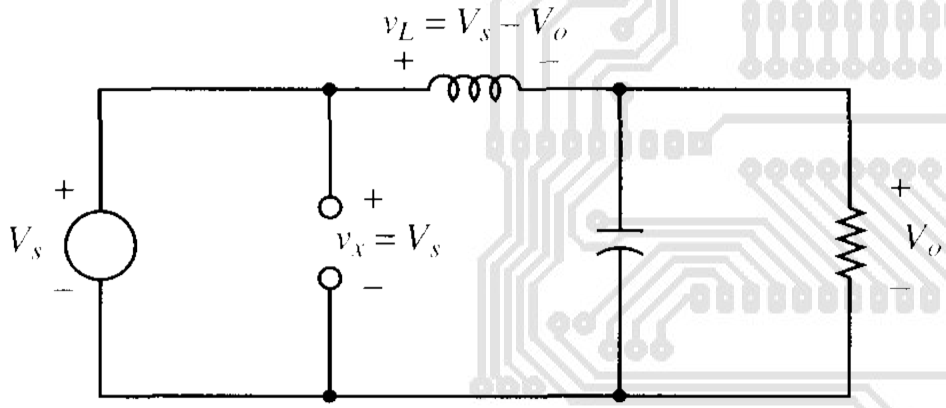
El objetivo es conseguir una tensión determinada en la salida, conociendo la tensión en la entrada, por lo que dimensionaremos todos los componentes en función a dicha salida. Por dimensionar entendemos hallar el valor en Henrios para la bobina y Faradios para el condensador.

Como no es posible acumular energía infinita, tanto la tensión media en la bobina como la corriente media en el condensador serán cero para cada ciclo de trabajo, siempre y cuando estemos trabajando en régimen permanente:

$$V_L = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} V_L(\tau)\cdot d\tau = 0 \qquad I_c = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} i_c(\tau)\cdot d\tau = 0$$

Además, como todos los componentes son ideales, la tensión entregada por la fuente es igual a la consumida por la carga:

$$P_s = P_0$$



Comenzaremos el análisis del funcionamiento cuanto el interruptor está cerrado. En estas condiciones el circuito equivalente es el que encontramos sobre esta líneas. Como la tensión en el cátodo del diodo es mayor que la que encontramos en el ánodo, éste se encuentra en corte. La corriente entregada por la fuente circula a través de la bobina. La caída de tensión que se produce es la resultante de restar la tensión en el borne que hemos definido como positivo, V_s, y la tensión en la salida, V_o. Atendiendo a la fórmula que expresa cuál es la tensión en una bobina, obtenemos la siguiente equivalencia:

$$V_L = V_s - V_0 = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

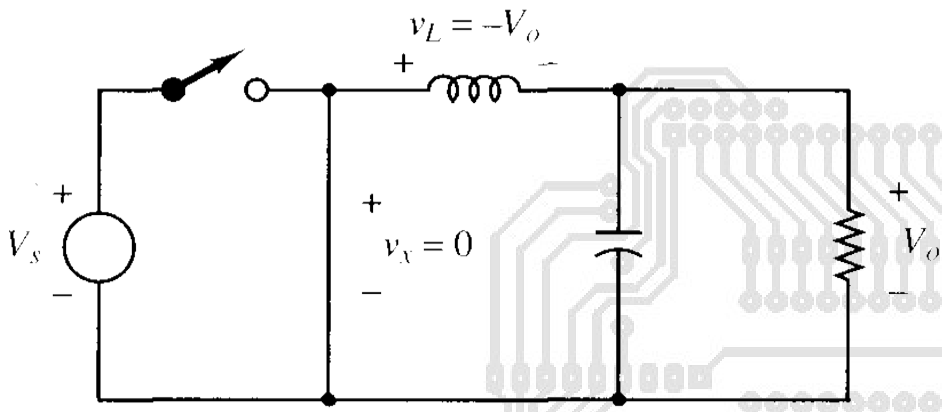
Como nuestro objetivo es mantener una tensión constante en la salida y también lo es la tensión de entrada, así lo será la tensión en la bobina. Por lo tanto, el resultado de derivar la corriente a través de ésta en función del tiempo, nos dará como resultado una constante. Expresado de forma gráfica, podemos indicar que la corriente crece de forma lineal. La pendiente, reorganizando los términos, será:

$$\frac{V_s - V_0}{L} = \frac{di_L}{dt}$$

Dicho en otras palabras, la división de la tensión en la bobina entre el valor de ésta nos dará como resultado el crecimiento de corriente en el periodo en que el interruptor se encuentra cerrado:

$$\Delta i_{Lcerrado} = \frac{V_s - V_0}{L} \cdot DT$$

En el momento en que el interruptor se abre, el diodo se polariza en directa para dejar pasar a la corriente de la bobina. Podemos ver el circuito equivalente bajo estas líneas.



Como el diodo está en conducción, la tensión en el borne positivo de la bobina para a estar conectado a masa, por lo que cambia la caída de tensión en ésta

$$V_L = 0 - V_0 = -V_0 = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

Como sucediera en el ciclo con el interruptor cerrado, el resultado de la derivada es una constante, en este caso negativa, por lo que desciende la corriente de forma lineal.

$$-\frac{V_0}{L} = \frac{di_L}{dt} \qquad \Delta i_{Labierto} = -\frac{V_0}{L} \cdot (1-D) T$$

Como estamos realizando un análisis en régimen permanente, es necesario que la corriente en la bobina sea periódica, lo cual supone que sea la misma al final y al principio de cada ciclo de conmutación. Por esto mismo, la variación de la corriente mientras el interruptor se encuentre cerrado será la misma que cuando esté abierto:

$$i_L(t+T)=i_L(t) \qquad \Delta i_{Lcerrado}=-\Delta i_{Labierto}$$

Sustituyendo cada una de las variaciones por las expresiones a partir de las cuales las hemos obtenido, podemos despejar V0 y así comprobar por qué esté circuito se denomina reductor:

$$\frac{V_s-V_0}{\cancel{L}}\cdot D\cancel{T}=\frac{V_0}{\cancel{L}}\cdot(1-D)\cancel{T} \quad \rightarrow \quad V_s D-\cancel{V_0 D}=V_0-\cancel{V_0 D} \quad \rightarrow \quad V_0=V_s D$$

Otra forma de obtener el mismo resultado sería analizar la tensión en bornes de la bobina. Como ya hemos dicho, la tensión media debe ser nula, por lo que:

$$(V_s-V_0)D\cancel{T}+(-V_0)(1-D)\cancel{T}=0 \quad \rightarrow \quad V_s D-\cancel{V_0 D}-V_0+\cancel{V_0 D}=0$$

Del mismo modo, y puesto que la corriente media en el condensador debe ser nula en régimen permanente, la corriente media en la bobina será igual a la corriente media en la carga:

$$I_L=I_R=\frac{V_0}{R}$$

Conociendo la variación de la corriente y la corriente media, podemos obtener los valores máximo y mínimo de ésta:

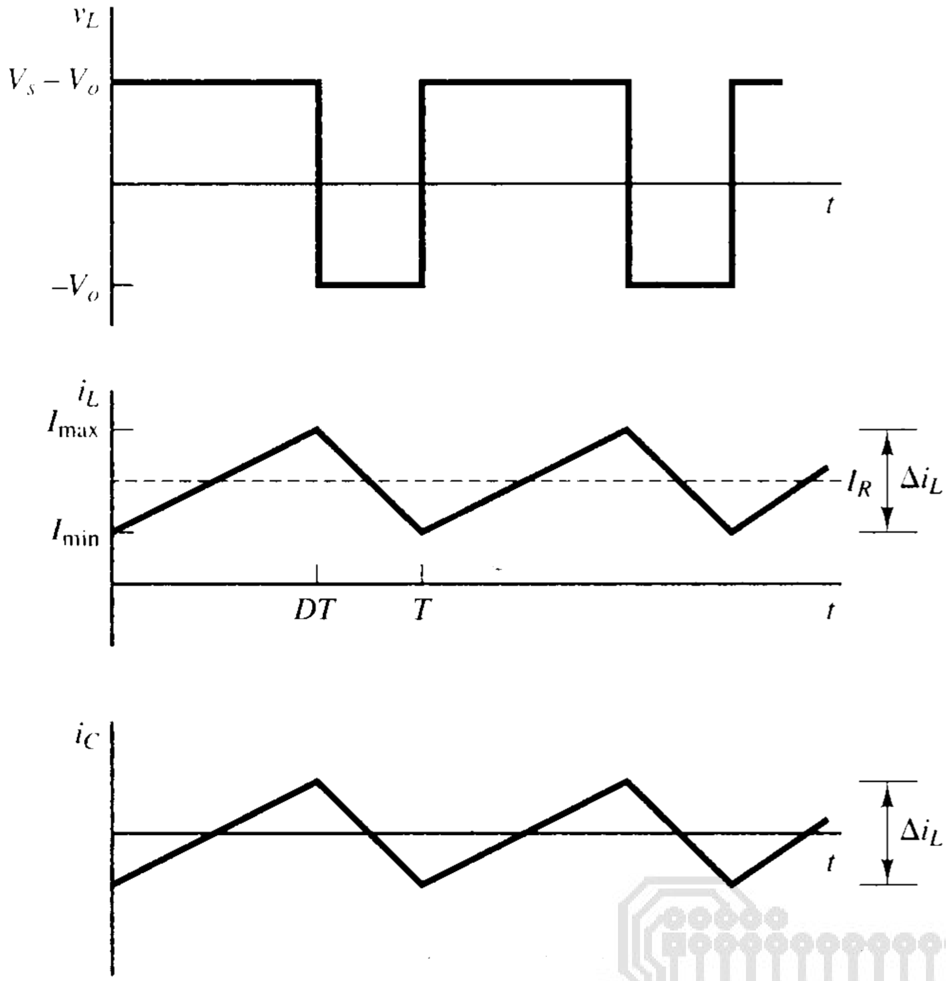
$$I_{max}=I_L+\frac{\Delta i_L}{2} \qquad I_{min}=I_L-\frac{\Delta i_L}{2}$$

Estamos realizando este análisis suponiendo que el circuito opera con corriente permanente en la bobina, es decir, siempre positiva. De la expresión anterior podemos obtener cuál debe ser el valor mínimo de la bobina para garantizar esta condición, en función de la carga, la tensión y la frecuencia de trabajo:

$$I_{min}=\frac{V_0}{R}-\frac{V_0}{2\mathrm{L}}\cdot(1-D)T=V_0\left[\frac{1}{R}-\frac{(1-D)T}{2\mathrm{L}}\right]=V_0\left(\frac{1}{R}-\frac{1-D}{2\mathrm{L}\,f}\right)=0$$

$$L_{min}=\frac{(1-D)R}{2f}$$

La siguiente imagen muestran las formas de la tensión y corriente en la bobina y corriente en el condensador:



Aunque a lo largo de todo el desarrollo hemos supuesto una tensión constante en la salida, en la práctica ésta fluctuará pues la capacidad del condensador se ve limitada. A esa fluctuación, o variación, periódica la denominamos rizado, y podemos calcular su valor analizando la relación entre la corriente y la tensión en el condensador.

La corriente que atraviesa la bobina se divide en aquella que circula a través de la carga y la que consume el condensador. Como ya hemos definido anteriormente, a través de la carga circulará la componente continua, o lo que es lo mismo I_L. Luego, a través del condensador tendremos la corriente que circula por la bobina menos la media.

Si observamos detenidamente la forma de onda de la corriente a través del condensador, podemos observar que durante medio periodo es positiva y negativa durante el otro medio. Como sabemos que un condensador se carga mientras la corriente sea positiva, y si aplicamos la definición de capacidad:

$$Q=CV_0 \quad \rightarrow \quad \Delta Q=C\Delta V_0 \quad \rightarrow \quad \Delta V_0=\frac{\Delta Q}{C} \qquad \Delta Q=\frac{1}{2}\cdot\frac{T}{2}\cdot\frac{\Delta i_l}{2}=\frac{T\Delta i_L}{8}$$

Si sustituimos la variación de la corriente en la bobina y despejamos la variación pico a pico de la tensión en la salida:

$$\Delta V_0 = \frac{T}{8C} \cdot \frac{V_0 \cdot (1-D) T}{L} = \frac{V_0 (1-D)}{8CL\, f^2}$$

También podemos expresar el rizado como fracción de la tensión de salida:

$$\Delta \frac{V_0}{V_0} = \frac{1-D}{8CL\, f^2}$$

Cuanto menor sea el rizado, más acertados serán los cálculos llevados a cabo. Si éste es muy alto, el análisis realizado no será válido.

Ejercicio

$$V_s = 10\,V \qquad V_0 = 5\,V \qquad R = 5\,\Omega \qquad C = 100\,myF \qquad F = 100\,kHz$$

$$r = \frac{\Delta i_L}{I_{L,\,DC}} = 0{,}25$$

Para calcular el valor de L para que se cumpla la condición anterior, asegurando que esté en conducción continua, empezaremos por calcular el valor de I_L:

$$I_L = \frac{V_0}{R} = \frac{5\,V}{5\,\Omega} = 1\,A$$

Aplicando la relación que se nos da en el enunciado, podemos calcular la variación de la corriente en la bobina:

$$r = \frac{\Delta i_L}{I_{L,\,DC}} \quad \rightarrow \quad \Delta i_L = r \cdot I_L = 0{,}25 \cdot 1\,A = 0{,}25\,A$$

Para calcular tanto el valor de L, necesitamos saber, además de la frecuencia o periodo y la tensión en la salida, cuál es el ciclo de trabajo:

$$V_0 = D V_s \quad \rightarrow \quad D = \frac{V_0}{V_s} = \frac{5\,V}{10\,V} = 0{,}5$$

Con estos datos, podemos calcular el valor de L y también cuál debe ser el mínimo para que se mantenga en conducción continua:

$$\Delta i_L = \frac{V_0}{L} \cdot (1-D) T = \frac{V_0}{L\,f} \cdot (1-D) \quad \rightarrow \quad L = \frac{V_0 (1-D)}{f\,\Delta i_L} = \frac{5\,V\,(1-0{,}5)}{100\,kHz \cdot 0{,}25\,A} = 100\,\mu\,H$$

$$L_{min} = \frac{(1-D) R}{2\,f} = \frac{(1-0{,}5) 5\,\Omega}{2 \cdot 100\,kHz} = \frac{2{,}5}{200\mathrm{k}} = 12{,}5\,\mu\,H$$

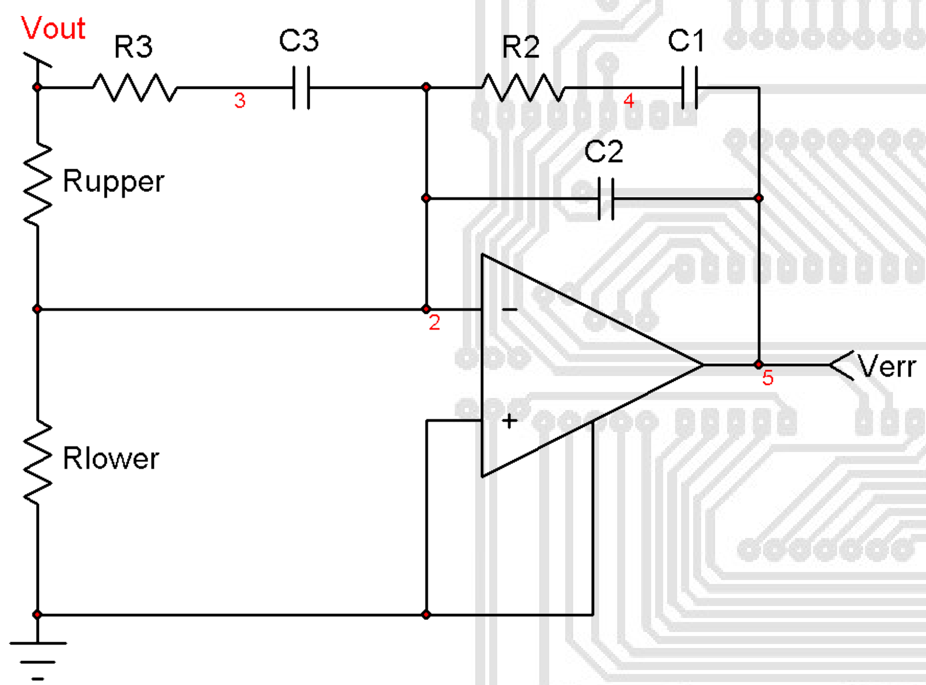
Vemos que el valor calculado para la inductancia es mayor que el mínimo necesario, por lo que la corriente a través de ésta será en todo momento positiva. De hecho, aplicando las fórmulas para calcular cuáles serán sus valores mínimo y máximo, podemos ver que se mantiene bastante lejos del límite:

$$I_{min} = I_L - \frac{\Delta i_L}{2} = 1\mathrm{A} - 0{,}25 \frac{A}{2} = 0{,}875\,A \quad \rightarrow \quad I_{max} = I_L + \frac{\Delta i_L}{2} = 1\mathrm{A} + 0{,}25\,A = 1{,}125\,A$$

Las formas de onda, aunque sin mantener la escala, serán las mostradas en la página 6.

Compensador

Debido a que la respuesta en frecuencia de este convertidor no es todo lo buena que desearíamos, podemos conectar un compensador a su salida. La función de este segundo circuito es corregir la tensión a la salida para obtener el valor adecuado a una frecuencia concreta. El modelo que utilizaremos, basado en un amplificador operacional, esta compuesto por éste cuatro resistencias y tres condensadores. A continuación se muestra el circuito, denominado amplificador de compensación tipo 3:



En el enunciado nos vienen dados los siguientes parámetros:

$$R_{upper}=100\,k\,\Omega \qquad PM=60º \qquad f_c=10\,khz$$

Atendiendo al diagrama de Bode, comprobamos que para la frecuencia de corte dada la ganancia en decibelios es de -17,413, con una fase PS de -159,87º. Aplicando el método del factor k calcularemos los valores del resto de componentes:

$$G=10^{\frac{-Gf_c}{20}}=10^{\frac{17,413}{20}}=7,4242$$

$$Boost=PM-PS-90º=60º-(-159,87^{o})-90º=129,87^{o}$$

$$k=[tg(\frac{Boost}{4}+45º)]^2=tg[129,87\frac{o}{4}+45º]^2=(tg\,77,4675^{o})^2=20,238$$

$$C_2=\frac{1}{2\pi\cdot f_{co}\cdot G\cdot R_{upper}}=\frac{1}{2\pi\cdot 10\,kHz\cdot 7,4242\cdot 100\,k\,\Omega}=\frac{1}{14,8484\cdot 10^9\pi}=21,44\,pF$$

$$C_1=C_2(k-1)=24,44\,pF\,(20,238-1)=412,46\,pF$$

$$R_2=\frac{\sqrt{k}}{2\pi\cdot f_{co}\cdot C_1}=\frac{\sqrt{20,238}}{2\pi\cdot 10\,kHz\cdot 412,46\,pF}=\frac{\sqrt{20,238}}{8,249\pi}=173,59\,k\,\Omega$$

$$R_3=\frac{R_{upper}}{k-1}=\frac{100\,k\,\Omega}{20,238-1}=5,198\,k\,\Omega$$

$$C_3=\frac{1}{2\pi\cdot f_{co}\cdot\sqrt{k}\cdot R_3}=\frac{1}{2\pi\cdot 10\,kHz\cdot\sqrt{20,238}\cdot 5,498\,k\,\Omega}=\frac{1}{467,68\,M\cdot\pi}=680,613\,pF$$